

## 北海道大学 入試問題の利用について

北海道大学学務部入試課

本学では、入試問題の使用については特に制限を設けておりませんが、以下の条件に留意の上、適切にご使用願います。

- ① 本学入試問題の著作権は、北海道大学に帰属します。
- ② 入試問題を利用する団体等が、出典を明示すること、責任の所在を明確にすることが必要です。
- ③ 本学試験問題を原本どおり使用できない場合には、改変したことを必ず明示願います。
- ④ 二次利用する場合において、問題に引用されている作品等がある場合には、使用する団体等が責任をもって、本学に対してではなくそれぞれの著作権者（作品の著者等）に対して、著作権処理を行っていただく必要があります。
- ⑤ 解答・解説等を掲載するに当たっては、閲覧される方が、「本学が公表している解答例・解説」と誤解してしまわないよう、掲載方法等についてご配慮願います。

**【問い合わせ先】**

北海道大学学務部入試課

〒060-0817 札幌市北区北17条西8丁目

TEL : 011-706-7484 FAX : 011-706-7488

# 数 学

(数Ⅰ, 数Ⅱ, 数Ⅲ, 数A, 数B)

9 : 00 ~ 11 : 00

## 注 意

1. 試験開始の合図があるまで, この問題紙を開いてはならない。
2. 問題紙は3ページある。
3. 解答用紙は
 

解答用紙番号
数学0—1

 (問①用),
 

解答用紙番号
数学0—2

 (問②用),
 

解答用紙番号
数学0—3

 (問③用),
 

解答用紙番号
数学0—4

 (問④用),
 

解答用紙番号
数学0—5

 (問⑤用)の5枚である。
4. 解答用紙は5枚とも全部必ず提出せよ。
5. 受験番号および座席番号(上下2箇所)は, 監督者の指示に従って, すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。
6. 各問に対する解答は, それぞれ3で指定された解答用紙に記入せよ。  
ただし, 裏面を使用してはならない。
7. 必要以外のことを解答用紙に書いてはならない。
8. 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。
9. 下書き用紙は回収しない。

## 解 答 上 の 注 意

採点時には, 結果を導く過程を重視するので, 必要な計算・論証・説明などを省かずに解答せよ。

1 複素数平面上における図形  $C_1, C_2, \dots, C_n, \dots$  は次の条件 (A) と (B) をみたすとする。ただし、 $i$  は虚数単位とする。

(A)  $C_1$  は原点  $O$  を中心とする半径  $2$  の円である。

(B) 自然数  $n$  に対して、 $z$  が  $C_n$  上を動くとき  $2w = z + 1 + i$  で定まる  $w$  の描く図形が  $C_{n+1}$  である。

(1) すべての自然数  $n$  に対して、 $C_n$  は円であることを示し、その中心を表す複素数  $\alpha_n$  と半径  $r_n$  を求めよ。

(2)  $C_n$  上の点と  $O$  との距離の最小値を  $d_n$  とする。このとき、 $d_n$  を求めよ。  
また、 $\lim_{n \rightarrow \infty} d_n$  を求めよ。

2  $O$  を原点とする座標空間において、3 点  $A(4, 2, 1)$ ,  $B(1, -4, 1)$ ,  $C(2, 2, -1)$  を通る平面を  $\alpha$  とおく。また、球面  $S$  は半径が  $9$  で、 $S$  と  $\alpha$  の交わりは  $A$  を中心とし  $B$  を通る円であるとする。ただし、 $S$  の中心  $P$  の  $z$  座標は正とする。

(1) 線分  $AP$  の長さを求めよ。

(2)  $P$  の座標を求めよ。

(3)  $S$  と直線  $OC$  は  $2$  点で交わる。その  $2$  点間の距離を求めよ。

3 以下の問いに答えよ。ただし、 $e$  は自然対数の底を表す。

(1)  $k$  を実数の定数とし、 $f(x) = xe^{-x}$  とおく。方程式  $f(x) = k$  の異なる実数解の個数を求めよ。ただし、 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$  を用いてもよい。

(2)  $xye^{-(x+y)} = c$  をみたす正の実数  $x, y$  の組がただ  $1$  つ存在するときの実数  $c$  の値を求めよ。

(3)  $xye^{-(x+y)} = \frac{3}{e^4}$  をみたす正の実数  $x, y$  を考えるとき、 $y$  のとりうる値の最大値とそのときの  $x$  の値を求めよ。

- 4  $n$  を 2 以上の自然数とする。1 個のさいころを  $n$  回投げて出た目の数を順に  $a_1, a_2, \dots, a_n$  とし、

$$K_n = |1 - a_1| + |a_1 - a_2| + \dots + |a_{n-1} - a_n| + |a_n - 6|$$

とおく。また、 $K_n$  のとりうる値の最小値を  $q_n$  とする。

- (1)  $K_3 = 5$  となる確率を求めよ。
- (2)  $q_n$  を求めよ。また、 $K_n = q_n$  となるための  $a_1, a_2, \dots, a_n$  に関する必要十分条件を求めよ。
- (3)  $n$  を 4 以上の自然数とする。 $L_n = K_n + |a_4 - 4|$  とおき、 $L_n$  のとりうる値の最小値を  $r_n$  とする。 $L_n = r_n$  となる確率  $p_n$  を求めよ。

- 5  $a, b$  を  $a^2 + b^2 < 1$  をみたす正の実数とする。また、座標平面上で原点を中心とする半径 1 の円を  $C$  とし、 $C$  の内部にある 2 点  $A(a, 0), B(0, b)$  を考える。 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  に対して  $C$  上の点  $P(\cos \theta, \sin \theta)$  を考え、 $P$  における  $C$  の接線に関して  $B$  と対称な点を  $D$  とおく。

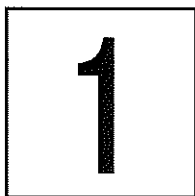
- (1)  $f(\theta) = ab \cos 2\theta + a \sin \theta - b \cos \theta$  とおく。方程式  $f(\theta) = 0$  の解が  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  の範囲に少なくとも 1 つ存在することを示せ。
- (2)  $D$  の座標を  $b, \theta$  を用いて表せ。
- (3)  $\theta$  が  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  の範囲を動くとき、3 点  $A, P, D$  が同一直線上にあるような  $\theta$  は少なくとも 1 つ存在することを示せ。また、このような  $\theta$  はただ 1 つであることを示せ。

R-5 (A)

受験番号	A							
------	---	--	--	--	--	--	--	--

解答用紙番号
数学0-1

42-0-1



5枚の解答用紙と5枚の下書き用紙がある。  
下書き用紙は回収しない。

座席番号			
------	--	--	--

(下の座席番号欄にも  
記入すること。)

数学解答用紙(数I, 数II, 数III, 数A, 数B)  
(裏面を使用してはならない)

※ 採点欄

選抜区分
A

R-5 (A)  
注意

- この欄の座席番号も必ず記入すること。
- ※採点欄・採点表には何も記入しないこと。

解答用紙番号
数学0-1

42-0-1

座席番号

10 11 12

※採点表
問題1
0

13 14 15

R-5 (A)

受験番号	A								
------	---	--	--	--	--	--	--	--	--

解答用紙番号
数学0-2

42-0-2

2

座席番号			
------	--	--	--

数学解答用紙(数I, 数II, 数III, 数A, 数B)  
(裏面を使用してはならない)

(下の座席番号欄にも  
記入すること。)

※ 採点欄

選抜区分
A

R-5 (A)

注意

1. この欄の座席番号も必ず記入すること。
2. ※採点欄・採点表には何も記入しないこと。

解答用紙番号
数学0-2

42-0-2

座席番号

10 11 12

※採点表
問題2
0

13 14 15

R—5 (A)

受験番号	A								
------	---	--	--	--	--	--	--	--	--

解答用紙番号
数学0—3

42—0—3

3

座席番号			
------	--	--	--

(下の座席番号欄にも記入すること。)

数学解答用紙(数Ⅰ, 数Ⅱ, 数Ⅲ, 数A, 数B)  
(裏面を使用してはならない)

※ 採点欄

選抜区分
A

R—5 (A)

注意

- この欄の座席番号も必ず記入すること。
- ※採点欄・採点表には何も記入しないこと。

解答用紙番号
数学0—3

42—0—3

座席番号

10 11 12

※採点表
問題3
0

13 14 15

R—5 (A)

受験番号	A						
------	---	--	--	--	--	--	--

解答用紙番号
数学0—4

42—0—4

4

座席番号			
------	--	--	--

(下の座席番号欄にも記入すること。)

数学解答用紙(数Ⅰ, 数Ⅱ, 数Ⅲ, 数A, 数B)  
(裏面を使用してはならない)

※ 採点欄

選抜区分
A

R—5 (A)

注意

- この欄の座席番号も必ず記入すること。
- ※採点欄・採点表には何も記入しないこと。

解答用紙番号
数学0—4

42—0—4

座席番号

10 11 12

※採点表
問題4
0

13 14 15



R—5 (A)

受験番号	A						
------	---	--	--	--	--	--	--

解答用紙番号
数学0—5

42—0—5

5

座席番号			
------	--	--	--

(下の座席番号欄にも記入すること。)

数学解答用紙(数Ⅰ, 数Ⅱ, 数Ⅲ, 数A, 数B)  
(裏面を使用してはならない)

※ 採点欄

選抜区分
A

R—5 (A)

注意

- この欄の座席番号も必ず記入すること。
- ※採点欄・採点表には何も記入しないこと。

解答用紙番号
数学0—5

42—0—5

座席番号

10 11 12

※採点表
問題5
0

13 14 15