

※ ホチキスは外さないでください。

R4-選択

適性試験（選択問題）

10:30~12:30

受験上の注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題紙は開かないでください。
2. 問題紙は16枚（表紙・下書き用紙を含む）、解答用紙は10枚（表紙を含む）あります。
試験開始後、監督者の指示に従い、速やかに枚数に不足がないことを確認してください。
3. 各問に対する解答は、それぞれ指定された解答用紙に記入してください。
4. 試験終了後、この問題紙は回収しないので、各自持ち帰ってください。

問題番号	出題内容	選択方法等
1	数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・ A・B	選択問題の解答方法は、 解答用紙表紙に記載のとおり
2		
3		
4	物理基礎・物理	
5		
6		
7	化学基礎・化学	
8		
9		

1

z を 0 でない複素数とし、

$$t = z + \frac{1}{z}$$

とおく。 a, b を実数の定数とし、

$$P(z) = z^4 - 2az^3 + bz^2 - 2az + 1$$

とおく。

問1 $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ を z の極形式とするとき、 r と θ を用いて t の実部と虚部を表しなさい。

問2 z が $|z| = 1$ を満たす複素数ならば、 t は $|t| \leq 2$ を満たす実数であることを示しなさい。
また、この命題の逆も成立することを示しなさい。

問3 $\frac{P(z)}{z^2}$ を t の 2 次式で表しなさい。

問4 $P(z) = 0$ となる複素数 z のすべてが $|z| = 1$ を満たすための必要十分条件を a, b を用いて表しなさい。

問5 問4 で求めた条件が定める領域を ab 平面上に図示しなさい。

解答上の注意

採点時には、結果を導く過程を重視するので、必要な計算・論証・説明等を省かずに解答しなさい。

2

座標空間の原点 $(0, 0, 0)$ を中心とする半径 1 の球面 S 上に点 $A(0, -1, 0)$ をとる。正の定数 s に対して、 A を通る二つの直線で、方向ベクトルが $(1, s, s)$ の直線を l 、方向ベクトルが $(-s, s, -1)$ の直線を m とする。 l と S の共有点、 m と S の共有点で、 A でないものをそれぞれ点 B, C とする。

問1 B, C の座標を s を用いて表しなさい。

問2 $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$, $|\vec{BA}|^2$, $|\vec{BC}|^2$ を s を用いて表しなさい。

問3 $\angle ABC$ を θ とする。 $\sin^2 \theta$ を s を用いて表しなさい。

問4 s が正の実数を動くとき、 $\sin^2 \theta$ の最小値を求めなさい。

問5 $\triangle ABC$ の面積を T とする。 $\lim_{s \rightarrow \infty} T$ を求めなさい。

解答上の注意

採点時には、結果を導く過程を重視するので、必要な計算・論証・説明等を省かずに解答しなさい。

3

次の問1～問4に答えなさい。

問1 区間 $0 < x < \pi$ において、方程式 $\sin x = \sin 2x$ を解きなさい。

問2 区間 $0 < x < \pi$ において、方程式 $\sin x = \sin 3x$ を解きなさい。

問3 区間 $0 < x < \pi$ において、方程式 $\sin 2x = \sin 3x$ を満たす最小の x を α とする。

$\cos \alpha, \cos 2\alpha, \cos 3\alpha$ の値を求めなさい。

問4 変数 x に対して、 $\sin x, \sin 2x, \sin 3x$ の最大値で関数 $f(x)$ を定める。たとえば、 $x = \theta$

で $\sin \theta \leq \sin 2\theta$ かつ $\sin 2\theta < \sin 3\theta$ ならば $f(\theta) = \sin 3\theta$ である。

定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ の値を求めなさい。

解答上の注意

採点時には、結果を導く過程を重視するので、必要な計算・論証・説明等を省かずに解答しなさい。

4

図1のように、質量 M [kg] の棒が摩擦の無視できる水平な床の上に置かれている。その棒の上辺から、長さ l [m] の糸に質量 m [kg] の小球がつるされている。鉛直方向と糸のなす角を θ [rad] とし、床と平行に x 軸をとる。時刻 $t=0$ において $\theta=0$ で、棒と小球は静止している。そこから小球に x 軸正の方向に v_0 [m/s] の速度を与えると振り子は $-\theta_{\max} \leq \theta \leq \theta_{\max}$ ($\theta_{\max} > 0$) の範囲で糸がたるむことなく振動を始めた。重力加速度の大きさを g [m/s²] とし、糸の質量および小球の大きさは無視できるものとする。また、振動中に小球は棒と接触しないものとする。以下の問1～問3に、導出の過程を含めて答えなさい。

- 問1 棒と小球からなる系の重心の x 座標の時間変化を表すグラフを描きなさい。ただし、時刻 t [s] が 0 のときの重心の位置 x [m] を 0 とする。
- 問2 $t > 0$ において $\theta = \theta_{\max}$ となったときの、床に対する小球の x 方向の速度を求めなさい。
- 問3 $\cos \theta_{\max}$ を m, M, l, v_0, g を用いて表しなさい。

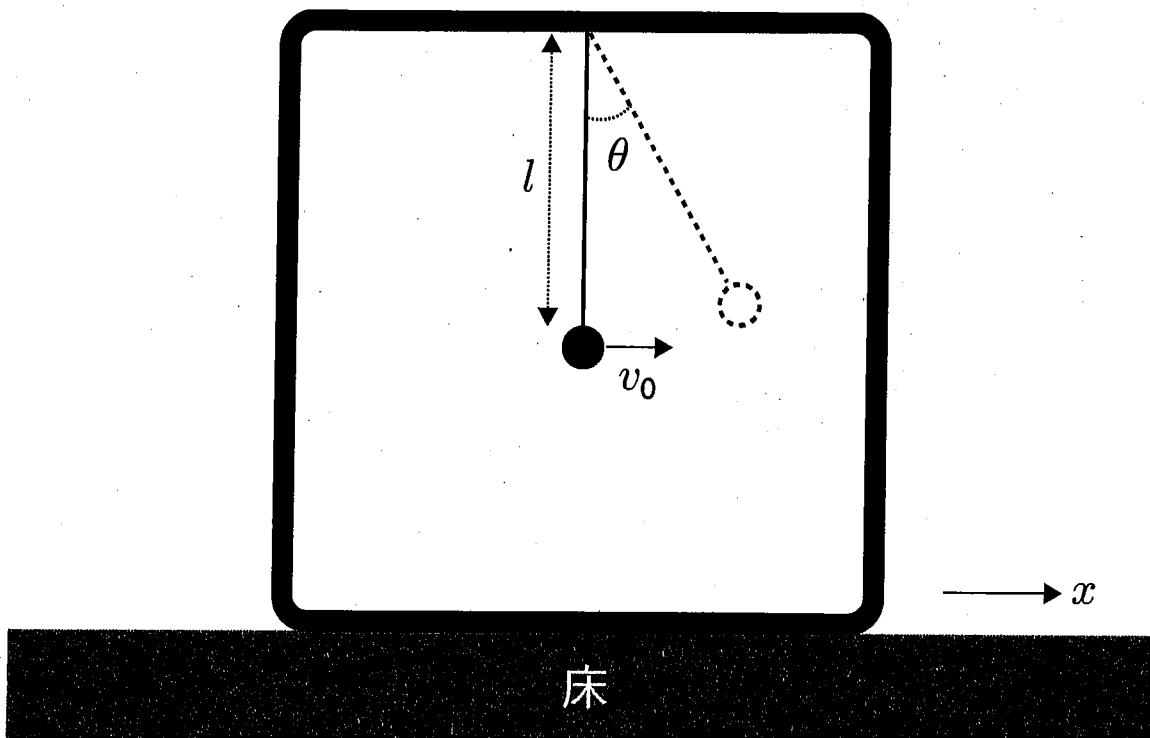


図1

5

単原子分子理想気体について以下の問1～問3に、導出の過程を含めて答えなさい。気体定数を R [J/mol·K] とする。

問1 熱力学の第一法則を用いて、定積モル比熱 C_V [J/mol·K] と定圧モル比熱 C_p [J/mol·K] との間に

$$C_p = C_V + R$$

という関係があることを示しなさい。

問2 N 個の気体分子を体積 V [m³] の立方体容器の中に封入する。体積気体分子はお互いに衝突せず、壁とは完全弾性衝突するものとする。気体分子の運動により、気体の圧力 p [Pa] は、分子の質量 m [kg]、体積 V [m³]、そして分子速度の二乗の平均 $\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$ (v_x [m/s], v_y [m/s], v_z [m/s] は、それぞれ速度の方向の成分) を用いて

$$p = \frac{Nm\overline{v^2}}{3V}$$

と表されることを示しなさい。

問3 問2の結果を用いて、単原子分子理想気体の定積モル比熱は $\frac{3}{2}R$ [J/mol·K] となることを示しなさい。

6

図1のように、空気中で、一辺の長さが L [m] の正方形の極板を持つ平行板コンデンサーが鉛直方向に固定されている。極板間の距離は d [m] である。電極には電位差 V [V] の電池が接続されている。この平行板コンデンサーを誘電率 ε [F/m] の液体につけると内部の誘電体が極板の中心の位置まで上昇した。誘電体の密度を ρ [kg/m³]、重力加速度の大きさを g [m/s²]、空気の誘電率を ε_0 [F/m] とし、以下の問1～問2に、導出の過程も含めて答えなさい。ただし、 L は d に比べ十分に大きく、極板の端における電場の乱れの影響は無視できるものとする。

- 問1 この状態での平行板コンデンサーの電気容量およびコンデンサーに蓄えられている静電エネルギーを求めなさい。
- 問2 コンデンサーの外にある誘電体の液面の高さを基準として、平行板コンデンサー内の誘電体の高さ h [m] を求めなさい。

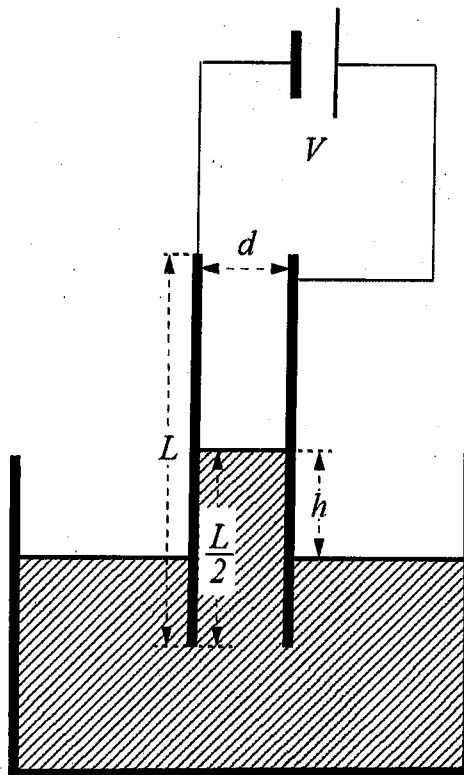


図1

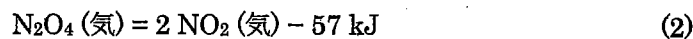
7

次の文章を読み、問1～問6に答えなさい。ただし、気体はすべて理想気体とし、必要があれば気体定数として $8.3 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{L} / (\text{K} \cdot \text{mol})$ を用いること。

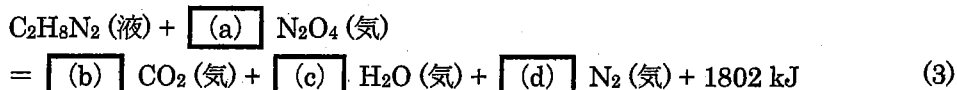
赤褐色の気体である二酸化窒素 NO_2 は、無色の気体である四酸化二窒素 N_2O_4 と、室温付近の温度で式(1)に示すような平衡状態にあり、1分子の N_2O_4 が解離することで2分子の NO_2 が発生する。



この式(1)の可逆反応において、正反応である N_2O_4 の解離は吸熱反応であり、その熱化学方程式は式(2)で表される。



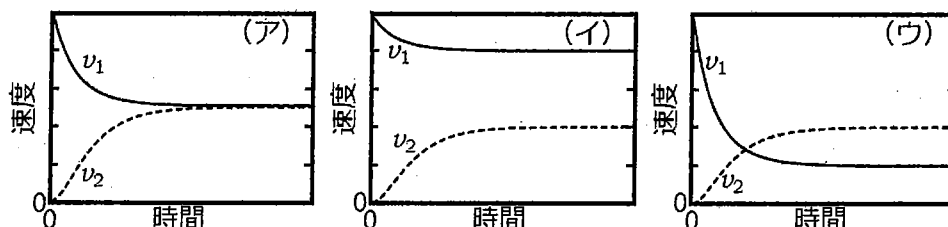
また、 N_2O_4 は酸化剤としてはたらき、式(3)に示すように、1,1-ジメチルヒドラジン $\text{C}_2\text{H}_8\text{N}_2$ を酸化して、二酸化炭素 CO_2 、水蒸気 H_2O および窒素 N_2 を発生する。この反応はロケットエンジンの推進力に用いられている。



問1 式(3)の $\boxed{\text{(a)}}$ ～ $\boxed{\text{(d)}}$ に係数を入れて、反応式を完成させなさい。

問2 $\text{C}_2\text{H}_8\text{N}_2$ の酸化反応において、 N_2O_4 のかわりに NO_2 を加えても、式(3)と同じ生成物 (CO_2 、 H_2O および N_2) が得られる。この反応の反応熱 [kJ] を、符号をつけて整数で答えなさい。

問3 容積一定の密閉容器に N_2O_4 を入れ、一定の温度に保つと、解離反応が進行して式(1)で示す平衡状態となる。式(1)の正反応で N_2O_4 のモル濃度が単位時間に減少する量を速度 v_1 、逆反応で NO_2 のモル濃度が単位時間に減少する量を速度 v_2 とする。ある条件で反応を行ったとき、 v_1 と v_2 の時間による変化の概略として最も適切なものを、下の (ア) ～ (ウ) のなかから選んで記号で答えなさい。ただし、時間0において、容器内には N_2O_4 の気体のみが存在しているとする。



問4 式(2)の平衡の圧平衡定数 K_p を、濃度平衡定数 K_c 、気体定数 R および温度 T [K] を用いて表しなさい。

問5 図1に示すピストン付きの透明なガラス製容器内に 0.20 mol の N_2O_4 を入れた。気体の全圧を $1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ 、温度を 333 K に保ったところ、平衡状態の気体の体積は 8.3 L となった。最初に容器に入れた N_2O_4 のうち、平衡状態において NO_2 に解離したものの割合（解離度） α を有効数字2桁で答えなさい。答えに至る過程も示しなさい。

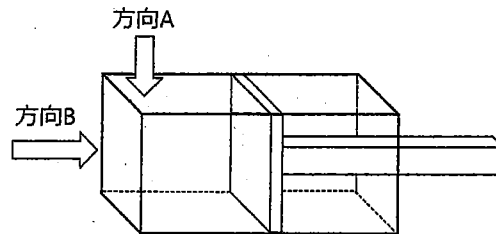


図1 ピストン付きガラス製容器

問6 問5の実験に引き続き、ピストンを押し込んで気体の全圧を2倍 ($2.0 \times 10^5 \text{ Pa}$) とし、その全圧を保ったまま 333 K で平衡状態に到達させた。この操作による混合気体の色変化を、図1に示す2つの方向A（ピストンの移動と垂直方向）と方向B（ピストンの移動と同じ方向）から観察した。以下の(1)～(3)について答えなさい。

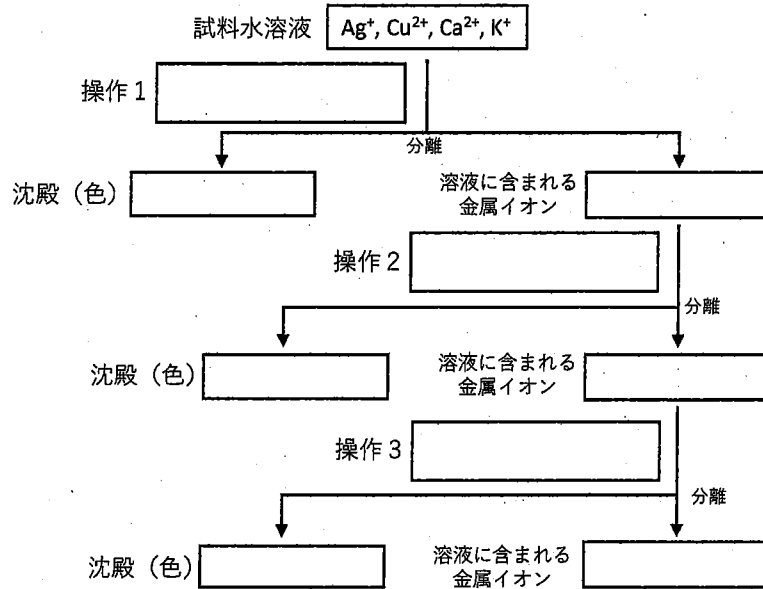
- (1) この平衡状態での混合気体の体積は、 $1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ における体積の2分の1 (4.15 L) より大きい小さいか、そのように判断した理由とともに答えなさい。
- (2) この平衡状態での解離度 α は0.38であった。このときの混合気体の体積[L]を有効数字2桁で求めなさい。答えに至る過程も示しなさい。
- (3) ピストンを押す前に比べて、押した後の平衡状態における混合気体の色は、方向Aから見た場合は濃く、方向Bから見た場合は薄くなった。これらの色変化の理由を説明しなさい。

8

以下の問1・問2に答えなさい。

問1 硝酸銀(I), 硝酸銅(II), 硝酸カルシウム, 硝酸カリウムを含む試料水溶液があり, その濃度はいずれの硝酸塩についても 0.1 mol/L である。以下の(1)～(5)について答えなさい。

(1) 下図のフローチャート(流れ図)のように操作1～3でイオンを系統的に分離する。フローチャートの四角形には, 実験操作, 生じる沈殿の化学式と色, 溶液に含まれる金属イオンが入る。解答用紙にフローチャートを書き写し, フローチャートを完成させなさい。なお, 解答しやすいように, フローチャート全体の形やサイズまた四角形のサイズは変更してもよい。



(2) 試料水溶液の調製にはいずれも硝酸塩を用いた。塩化物や硫酸塩ではなく, 硝酸塩を用いる理由を簡潔に説明しなさい。

(3) 最初に操作2を行うと, いくつかの金属イオンを分離することができない。その理由を説明しなさい。

(4) 試料水溶液に硝酸亜鉛(II)が追加されている場合, 操作2で生じた沈殿を分離した後, 溶液を塩基性とし, 再び操作2を行う。その後沈殿を分離し, 溶液は操作3に用いることができる。塩基性での操作2によって生じる沈殿の化学式と色を答えなさい。

(5) (4) の操作は、 Zn^{2+} イオンと陰イオン (A^{2-} イオンとする) から生じる塩の溶解度が塩基性水溶液と酸性水溶液で異なることを利用している。このことを以下の値を用いて、説明しなさい。

水溶液中の Zn^{2+} イオンのモル濃度： $[\text{Zn}^{2+}] = 0.1 \text{ mol/L}$

酸性水溶液における A^{2-} イオンのモル濃度： $[\text{A}^{2-}] = 1.8 \times 10^{-18} \text{ mol/L}$

塩基性水溶液における A^{2-} イオンのモル濃度： $[\text{A}^{2-}] = 1.0 \times 10^{-4} \text{ mol/L}$

Zn^{2+} イオンと A^{2-} イオンの溶解度積： $K_{\text{sp}} = [\text{Zn}^{2+}] [\text{A}^{2-}] = 2.2 \times 10^{-18} (\text{mol/L})^2$

問2 塊状の試料がある。その成分を分析した結果、塊の内部はある一つの元素からなり、塊の表面では別の元素も含まれていた。この塊の内部から一部を取り出し、調べたところ、以下の1～6の性質を示した。この試料はどのような物質と考えられるか、そのように判断した理由とともに答えなさい。

1. 表面は光沢があり、比較的柔らかい。
2. 電気・熱をよく通す。
3. $300\text{ }^{\circ}\text{C}$ まで温度を上昇させたが、融解しない。
4. 水酸化ナトリウムの水溶液に入れると、気体が発生し、溶ける。
5. 塩酸に入れると、気体が発生し、溶ける。
6. 5の水溶液に少量のアンモニア水を加えると白い沈殿が生じ、過剰のアンモニア水を加えても、その白い沈殿は溶解しない。

9

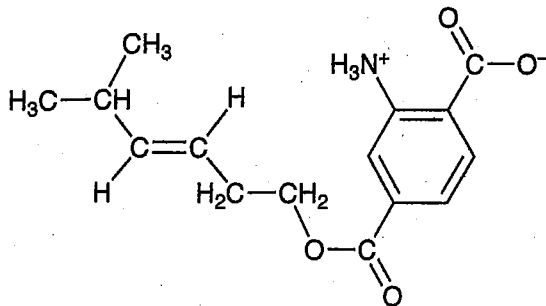
次の文章を読み、問1～問7に答えなさい。

(i) 酢酸 $C_2H_4O_2$ は、濃硫酸存在下、エタノール中で加熱すると、エステル化が進行して化合物 A へと変換される。また、モル濃度が等しい酢酸水溶液と水酸化ナトリウム水溶液を等量ずつ混合すると、 あ 反応が進行し、(ii) 弱塩基性を示す水溶液が得られる。酢酸の構造異性体のうち、ホルミル基をもつ化合物は、(iii) ギ酸メチルと化合物 B である。化合物 B は、水素を用いた還元反応を行うとエチレングリコール（1,2-エタンジオール）が生成する。エチレングリコールと酢酸の混合物に、少量の濃硫酸を加えて加熱すると、最初に有機化合物 C が生成し、有機化合物 C はさらに有機化合物 D へと変換される。

エステル化は、高分子化合物の反応にも利用される。例えば、(iv) セルロース $(C_6H_{10}O_5)_n$ を完全にアセチル化することで得られるトリアセチルセルロースは、 い 繊維の原料である。セルロースのアセチル化には、(v) 2分子の酢酸から1分子の水がとれて縮合した無水酢酸と氷酢酸、少量の濃硫酸が用いられる。

問1 化合物 A～D の構造式を、記入例にならって、示しなさい。

(記入例)



問2 空欄 あ , い にあてはまる最も適切な語句を答えなさい。

問3 下線部 (i) について、反応終了後に冷却した反応容器に水を注いで静置すると2層に分離した。反応に使用した硫酸および生成した化合物 A は上層、下層どちらに存在するか。答えなさい。

問4 下線部 (ii) について、溶液が弱塩基性を示す理由を、化学反応式を用いて、説明しなさい。

問5 下線部 (iii) に関連して、ギ酸メチルと酢酸は、分子量が同じであるにもかかわらず、沸点は大きく異なる。沸点がより高い化合物の名称を答えなさい。また、その沸点が高い理由を、簡潔に説明しなさい。必要であれば、図を用いてもよい。

問6 下線部(iv)について、81 gのセルロースから何gのトリアセチルセルロースが得られるか。整数で答えなさい。H = 1, C = 12, O = 16 とする。

問7 下線部(v)について、酢酸を適切な脱水剤とともに加熱すると、無水酢酸と水が生成する。この化学反応式を示しなさい。

R4

適性試験（選択問題）

下書き用紙

R4

適性試験（選択問題）

下書き用紙

R4

適性試験（選択問題）

下書き用紙
