

令和5年度前期「数学β(数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B)」 出題の意図

1 複素数平面と数列の融合問題

複素数平面上の図形が漸化式として定義されるときに、与えられた複素数の関係式から、図形が円であることを示し、その中心と半径を求める問題である。複素数と図形との関係を数式として理解しているかどうかを問うた基本的な問題である。

2 空間における直線、平面および球面の交わりに関する問題

与えられた平面と球面との交わり、および球と直線との交点などを求めるために空間ベクトルを用いた基本的計算ができるかどうかを問うている。直線と平面が垂直に交わることなどをうまく使うことがポイントとなる。

3 指数関数の計算と実数解の個数に関する問題

指数関数を含む関数から構成された方程式の実数解を、グラフを用いて調べる問題である。(1)は関数の高さを調べるだけの最も基本的な問題であるが、(2)、(3)では変数を2つ含むため、それぞれの変数を変化させることによって関数の高さがどのように変化するのかを的確に捉えているかどうかを問うている。

4 数と式および場合の数と確率の融合問題

サイコロの目の差の絶対値をとり、その和の最小値を与える目の出方の確率を求める問題である。絶対値を外す作業が必要になるが、きちんと大小を分類しながら外す、あるいは三角不等式などの絶対値の性質をうまく利用する、といった工夫をしながら解答していくことができるかどうかを問うている。最小値を与える目の数の満たすべき条件を理解することがポイントとなる。

5 三角関数と図形および微分の融合問題

三角関数を用いて定義された関数の、軸との交点を中間値の定理や単調性を用いて考察することを中心とした問題であるが、その背景として、与えられた点、接点、および接線に関して対称な点が一直線上に並ぶときの条件としてその関数が自然に現れることを示すことが要求されている。計算方針自体は比較的単純であるが、三角関数を含む煩雑な式となるため、きちんと計算して最終形まで整頓できるかどうか、三角関数を含む計算の習熟度が問われる。また、導かれた関数の単調性を示すためには導関数の正值性を確認することになるが、導関数から直接的にはわからないため、相加相乗平均の手法を用いるなど、工夫しながら証明を進めていくことができるかどうかを問うている。

令和5年度前期「数学β(数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B)」 採点講評

総評

問題の意図をよく理解した上で、的確に解答方針を見定める能力と、それを実行する計算力が必要である。普段から教科書をよく読んで理解し、問題を解く練習をしておくことが重要であり、それをやってきたかどうかで得点に差がついたと思われる。

また、推論したことを文章化して的確に記述できていない答案が目立った。日頃から「〇〇だから□□である」という形式で説明を付けるように心掛け、自分が理解していることを他者に伝えられるようにしたい。

1 おおむねよくできていて、満点も多かった。満点、あるいはそれに近い高得点を得ている答案とほとんど得点できていない答案にはっきりと分かれた問題であった。得点できていない答案では、複素数平面で円の式に帰着できていないなど、明らかに勉強不足と思われる解答内容であった。

2 空間図形の問題であるが、(1)はよくできていた。(2)以降は得点差が大きくなり、(3)まで解答できている答案はかなり少なかった。(2)では中心Pを求めるために必要な条件を全部書き下せていない、空間配置を誤認識して、PがAの真上にある、などとした答案もかなりあった。空間ベクトルでは全体の位置関係を把握することが重要であり、そのため問題練習をきちんとしておけば最後まで正答できる問題である。

3 グラフから解の個数を考える問題であるが、(1)はほぼできていた。ただ、解なしの場合を記述していない答案が少なからずあり、その場合を考察することも問題の中に含まれていることをしっかり認識すべきである。(2)では2変数あるため、cの値を予想はできているものの、論証が不十分な答案が多かった。(3)ではそれがさらに極端になり、理由なく答えだけ書いてあるものが多数あった。しっかりした根拠が示されていないと得点とならないことに注意すべきである。筋道を立てて論証する力を身につける必要がある。

4 絶対値の性質を利用して重複組み合わせの問題に帰着できた答案は少数であったが、その方法で解答できた答案は最後まで手をつけることができ、得点を得ていた。(1)で場合の数を単純に数え上げる方法をとった場合、そのあとの問題にはほぼ着手できておらず、得点差がついたと思われる。(2)で q_n の値に予想がついても、その根拠を示せていない答案が多数あった。特に必要十分性の説明では不十分な答案が目立った。

5 円の接線に関する対称点を考察する問題であり、何をやればよいか、手順の見通しが立ちやすかったこともあり、多くの受験生が解答していた。特に(1)の正答率が高い。(2)は、見通しは立つものの、三角関数を含む複雑な計算を伴うため、ミスなく正答までたどり着いた答案は少なかった。(3)まで考えてはじめて(1)の関数の意味が明らかになるが、(1)に帰着できるところまで示した解答はごく少数しかなかった。

全般的な注意

- 近年の傾向として、基礎的な計算力の低下が感じられる。数学は諸科学の基礎となる大切な学問なので、学習に十分な時間を割いて実力を磨いて欲しい。
 - 問題文をよく読んで内容をしっかり理解して欲しい。
 - 問3のような問題では、筋道を立てて論述することが必要であり、でたらめな議論では、たとえ答えが正解であったとしても0点である。
 - 答案では受験生本人にしか理解できないような記述が多く見られた。以下の点に気をつけて答案を作成して欲しい。
 - _ 論理的にわかりやすい答案を書くこと
 - _ 数や式、数学記号は矛盾なく書くこと
 - _ 図やグラフを正確に書くこと
- なお、解答用紙とは別に、下書き用紙も配布されるので、それを有効に活用すると整理された答案が書けるであろう。