※ ホチキスは外さないでください。

R7−共通

適性試験（共通問題）

９：００～１０：００

受験上の注意

１．試験開始の合図があるまで、問題紙は開かないでください。

２．問題紙は２枚（表紙を含む）、解答用紙は２枚（表紙を含む）、下書き用紙は３枚あります。
試験開始後、監督者の指示に従い、速やかに枚数に不足がないことを確認してください。

３．各問に対する解答は、それぞれ指定された解答用紙に記入してください。

４．試験終了後、この問題紙は回収しないので、各自持ち帰ってください。

R7

適性試験（共通問題）

[1] 複素数 $1-i$ を z とし，複素数 w の実部は負であるとする。複素数平面上の 3 点 O(0) と A(z) および B(w) は正三角形の 3 頂点をなすとする。

(1) $0 \leqq r$ と $0 \leqq \theta < 2\pi$ を用いて $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ と表すとき，r と θ の値を求めよ。

(2) w の値を求めよ。

(3) 三角形 OAB の外接円の中心を C とする。点 C を表す複素数を求めよ。

[2] xy 座標平面上の放物線 $y=(x-1)^2$ を C とし，数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。$a_1=2$ とする。自然数 n に対し，点 $\mathrm{P}_n(a_n, 0)$ を通り x 軸に垂直な直線と C との交点を Q_n とし，点 Q_n における C の接線と x 軸との交点を $\mathrm{P}_{n+1}(a_{n+1}, 0)$ として a_{n+1} を定める。S_n は三角形 $\mathrm{P}_{n+1}\mathrm{Q}_n\mathrm{P}_n$ の面積を表すものとする。

(1) 点 Q_n における C の接線の方程式を，x と y および a_n を用いて表せ。

(2) S_n を a_n で表せ。

(3) a_n の一般項を求めよ。

(4) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} S_k$ を求めよ。

[3] a を実数とする。$0 \leqq x \leqq \pi$ とし，$y=\cos 2x + a\cos x + a$ とおく。

(1) $t=\cos x$ とおくとき，y を t と a で表せ。

(2) $y=0$ となる x がちょうど 1 つであるような a の条件を求めよ。

[4] 座標空間の原点 O および 2 点 A(1, 1, 0) と B(0, 1, −1) が定める平面を α とする。t を実数とし，点 $\mathrm{P}(t-1,\ t^2+1,\ 2-t)$ から平面 α に垂線 PH を下ろす。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ および t を用いて表せ。

(2) 平面 α 上で，点 H が三角形 OAB の内部または周上にあるとき，t の値をすべて求めよ。

[5] 次の各問に答えよ。

(1) n を 0 以上の整数とする。定積分 $\displaystyle\int_0^1 \sqrt{x}\,x^n\,dx$ の値を求めよ。

(2) a と b を実数とする。すべての実数 s と t に対して

$$\int_0^1 \sqrt{x}\,(63ax^2+35bx+15)(sx+t)\,dx = 0$$

が成り立つような a と b の値を求めよ。