

※ ホチキスは外さないでください。

R8-選択

適性試験（選択問題）

10 : 30 ~ 12 : 30

受験上の注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題紙は開かないでください。
2. 問題紙は13枚（表紙を含む）、解答用紙は10枚（表紙を含む）、下書き用紙は3枚あります。
試験開始後、監督者の指示に従い、速やかに枚数に不足がないことを確認してください。
3. 各問に対する解答は、それぞれ指定された解答用紙に記入してください。
4. 試験終了後、この問題紙は回収しないので、各自持ち帰ってください。

問題番号	出題内容	選択方法等
1	数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・ A・B・C	選択問題の解答方法は、 解答用紙表紙に記載のとおり
2		
3		
4	物理基礎・物理	
5		
6		
7	化学基礎・化学	
8		
9		

1 関数 $f(x) = \sin(\pi \cos x)$ について、以下の問に答えよ。

- (1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。
- (2) $0 < x < \pi$ の範囲で $f(x)$ の極値を求めよ。
- (3) 関数 $g(x)$ を $g(x) = f(x + \frac{\pi}{2})$ で定める。 $g(x)$ は奇関数であることを証明せよ。
- (4) 定積分

$$\int_0^{\pi} f(x) dx$$

を求めよ。

解答上の注意

採点時には、結果を導く過程を重視しますので、必要な計算・論証・説明等を省かずに解答しなさい。

2 四面体 OABC があり

$$OA = \sqrt{3}, \quad OB = BC = 2, \quad OC = \sqrt{2}, \quad \angle AOB = 30^\circ, \quad \angle AOC = 90^\circ$$

とする。また、辺 OA を 1 : 2 に内分する点を D、辺 BC の中点を M、線分 OM の中点を N とし、直線 AN と直線 DM の交点を P とする。さらに、3 点 A, B, C を通る平面を α とおく。

$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおくとき、以下の間に答えよ。

- (1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ と $\vec{b} \cdot \vec{c}$ を求めよ。
- (2) $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。
- (3) 直線 OP と平面 α の交点を Q とする。 $\overrightarrow{OQ}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。
- (4) 辺 AC の中点を E とするとき、線分 OE の長さ と内積 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OE}$ を求めよ。また、三角形 OBE の面積 S を求めよ。
- (5) S を (4) で求めた値とし、三角形 OBP の面積を T とする。 $\frac{T}{S}$ の値を求めよ。

解答上の注意

採点時には、結果を導く過程を重視しますので、必要な計算・論証・説明等を省かずに解答しなさい。

3 関数 $f(x) = 4x^2$ と $g(x) = x^2 - 3x - 6$ について、以下の問に答えよ。

(1) 直線 $y = 2x$ と曲線 $y = g(x)$ の共有点の座標を求めよ。また、直線 $y = -2x$ と曲線 $y = g(x)$ の共有点の座標を求めよ。

(2) 連立不等式

$$\begin{cases} y^2 \geq f(x) \\ y \geq g(x) \end{cases}$$

の表す領域を図示せよ。

(3) 実数 x についての条件「 $f(x) \leq 9$ 」が実数 x についての条件「 $g(x) \leq 3$ 」の十分条件となるかどうか、理由をつけて答えよ。

(4) a を実数とする。実数 x についての条件「 $f(x) \leq a^2$ 」が実数 x についての条件「 $g(x) \leq a$ 」の十分条件となるような実数 a の値の範囲を求めよ。

(5) a を実数とする。実数 x についての条件「 $f(x) \geq a^2$ 」が実数 x についての条件「 $g(x) \geq a$ 」の十分条件となるような実数 a の値の範囲を求めよ。

解答上の注意

採点時には、結果を導く過程を重視しますので、必要な計算・論証・説明等を省かずに解答しなさい。

4

図1のように、点Oを中心とする半径 a [m] の滑らかな内壁と縁をもった半球の碗が縁を上方に水平にして固定されている。長さ l [m]、質量 m [kg] の一様な棒の一端（点A）を碗の内壁上におき、他端（点B）を外部に出す。棒AB上の一点が点Pで碗の縁に接している。棒には重力の他に、点Aから大きさ F_A [N] の力と点Pから大きさ F_P [N] の力が碗から働いている。棒に働く力が釣り合い、静止しているとき、以下の問いに導出過程も含めて答えよ。ただし、碗の厚さは無視できるものとし、重力加速度は鉛直下向きに大きさ g [m/s²]、棒が水平面となす角を θ [rad] とする。また、水平方向を x 軸、鉛直方向を z 軸として、棒は点Oを含む xz 平面内にあり、棒に働く重力はすべて棒の重心Gに加わるものとする。

- 問1. 力の釣り合いの条件を x 成分と z 成分についてそれぞれ m, g, θ, F_A, F_P を用いて求めよ。
- 問2. 点Aまわりの力のモーメントの釣り合いの式を m, a, g, l, θ, F_P を用いて求めよ。
- 問3. このとき $\cos \theta$ についての2次方程式を導出し、 $\cos \theta$ を l, a を用いて求めよ。
- 問4. この状況が成立するためには棒の長さが l_1 [m] と l_2 [m] の間でなければならない。 $l_1 < l_2$ であるとして、 l_1 および l_2 の値を a を用いて求めよ。

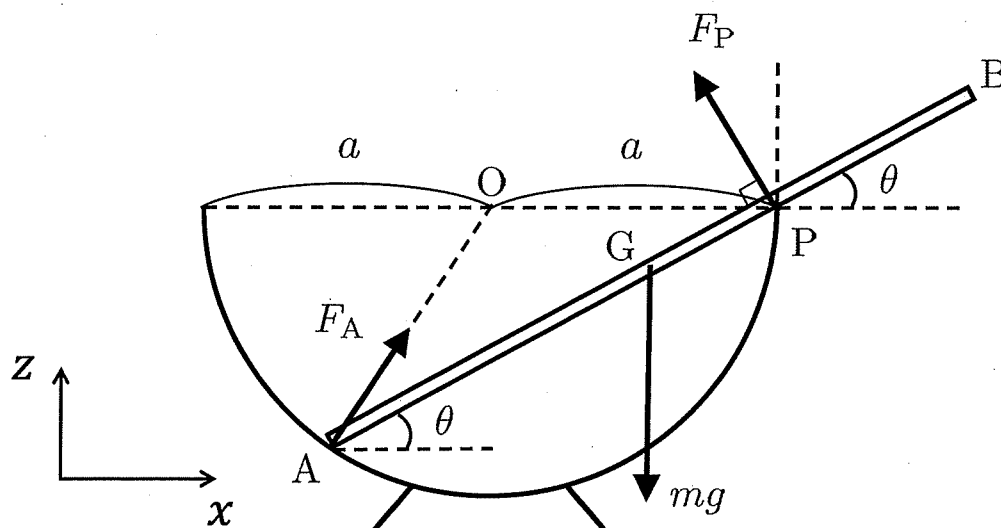


図1

5

光の屈折と反射に関する以下の問いに、空気の屈折率を1として答えよ。

- 問1 屈折率 n のガラスの中を進む光を考える。ガラス中の光の速さは、空気中のその何倍か。また、ガラス中の光の波長は空気中のその何倍か。
- 問2 図1のように、空気中に屈折率 n 、厚さ t [m] の平面ガラス板が置かれている。片側の空気領域からガラス板に向かって入射する光が、ガラス板の面 P と面 Q で反射する光の干渉を考える。
- 問2—1 面 P で反射するとき、光の位相はどうなるか。正しいものを選び記号で答えよ。選択枝中の角度の単位は rad である。
 (ア) 変わらない (イ) $\pi/2$ 進む (ウ) π ずれる (エ) $\pi/2$ 遅れる
- 問2—2 面 Q で反射するとき、光の位相はどうなるか。正しいものを選び記号で答えよ。選択枝中の角度の単位は rad である。
 (ア) 変わらない (イ) $\pi/2$ 進む (ウ) π ずれる (エ) $\pi/2$ 遅れる
- 問2—3 入射光の波長 λ [m] とし、反射光同士が弱めあう条件を、入射角 i [rad]、屈折角 r [rad]、正の整数 m を用いて表せ。
- 問3 次に、入射した光がガラス板を透過した場合を考える。図2のように、透過光は入射光より d [m] 変位してガラス板から出てきた。
- 問3—1 変位 d とガラスの厚さ t の関係を $\sin(i - r)$ を用いて表せ。
- 問3—2 それらの関係式から $\tan r$ を i, d, t を用いて表せ。

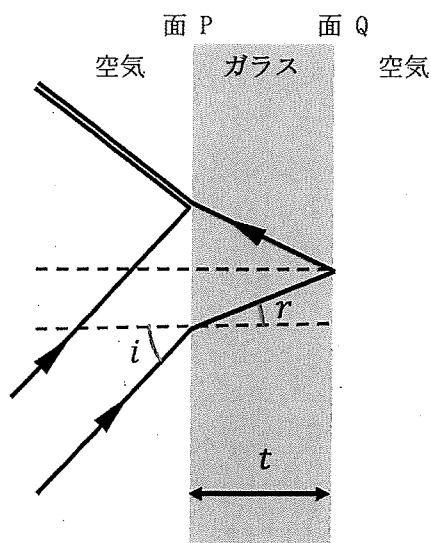


図1

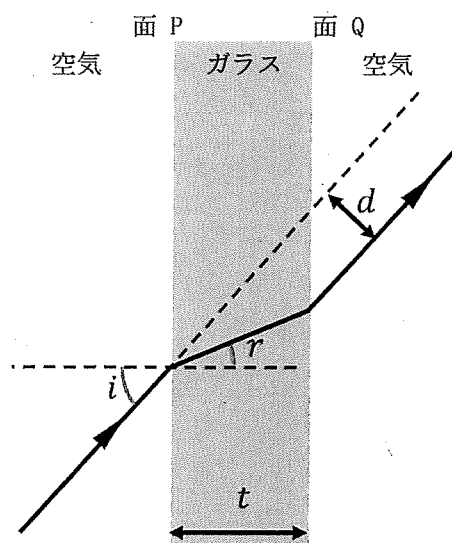


図2

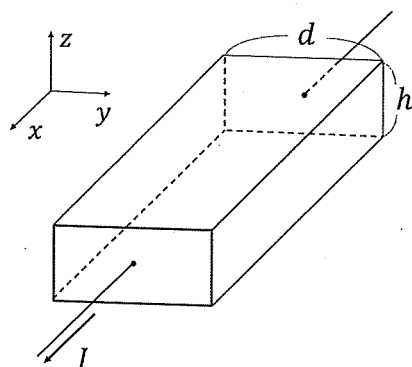
6

図1

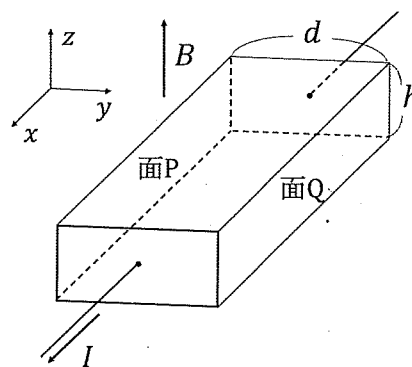


図2

図1のように、幅 d [m]、高さ h [m] の直方体の形をした導体に、大きさ I [A] の電流を x 軸の正の向きに流す。この導体には、電気量 $-e$ [C] ($e > 0$) を持つ自由電子が数密度（単位体積あたりの個数） n [個/m³] で一様に分布しており、これらの電子は平均して速さ v [m/s] で移動しているとする。なお、電流のつくる磁場の効果は無視できるものとする。

問1 電流方向に垂直な断面を時間 t [s] 間に通過する電子の数を示し、その結果を用いて電流の大きさ I を表せ。

次に図2のように、 x 軸正の方向の電流 I に加えて、 z 軸の正の向きに磁束密度 B [T] の磁場をかける。また、図のように xz 平面と平行な面をそれぞれ面 P、面 Q と呼ぶこととする。

問2 磁束密度 B の磁場（磁界）により電子が受ける力の大きさ F_B [N] を示せ。

問3 問2の力 F_B の結果、導体内部には電場（電界） E [V/m] が生じる。この E の向きを答えよ。

一定時間経過後、自由電子は平均して一定の速さで x 軸方向にのみ進むようになった。

問4 この状態における電場 E を示せ。

問5 この状態における y 軸方向の電圧 V [V] を n , e , h , I , B を用いて表せ。

問6 問5で求めた y 軸方向の電圧を測定する事で、物質にかけられている未知の磁場の磁束密度の大きさを測定することができる。より高精度に磁束密度を測定できる物質は銅（金属）とケイ素（半導体）のどちらであるか、その理由を含めて答えよ。

7

次の文章を読み、問1～問6に答えなさい。必要に応じて以下の数値を用いること。

原子量：H = 1.0 C = 12 O = 16 Na = 23 Cl = 35.5

気体定数： $8.3 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{L} / (\text{K} \cdot \text{mol})$

酸素の溶解度（27℃）：分圧が $1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ のとき水 1 L に $1.2 \times 10^{-3} \text{ mol}$

水の蒸気圧（27℃）： $3.6 \times 10^3 \text{ Pa}$

図1のように、コックがついた管で密閉容器AとBが連結している。容器の容積はそれぞれ 600 mL であり、連結部は容器の上部にある。この装置を用いて、以下の操作IとIIを別々に行った。なお、コックと連結部の容積は無視できるものとする。

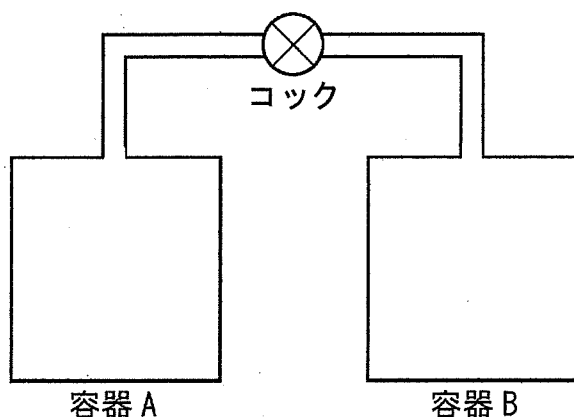


図1

操作I 室温(27℃)、コックを閉じた状態で、18 g のグルコース $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$ を 360 mL (360 g) の水に溶かした溶液と、5.85 g の塩化ナトリウムを 360 mL (360 g) の水に溶かした溶液をそれぞれ容器Aと容器Bに入れた。その後コックを開け、室温で平衡に達するまで放置した。その結果、容器 あ の水の量が増加した。

不揮発性の物質を溶かした希薄溶液の蒸気圧は、純溶媒の蒸気圧より い なる。このような現象を う という。これの度合いの違いにより、容器AとBの水の量が変化する。溶液の沸点上昇の大きさが溶液の え 濃度に比例するのと同様に、溶液の う も溶液の え 濃度に比例するので、
 (i) 容器 あ における水の増加量を求めることができる。

操作II 室温(27℃)で、この装置を真空中にして、コックを閉じた。その後、容器Aに 500 mL の水を入れ、容器Bに $4.6 \times 10^{-4} \text{ mol}$ の酸素が溶解した水 500 mL を入れた。コックをゆっくり開け、平衡に達するまで放置した。以下では、蒸発による水の体積変化は無視でき、気体は理想気体として扱えるものとする。

放置後は、(ii) 酸素の一部は容器AとBの水に溶解した状態で存在し、残りは容器AとBの上部に気体として存在している。酸素のうち水に溶解した物質量を $n_L [\text{mol}]$ 、酸素の分圧を $p [\text{Pa}]$ とする。溶解度の小さい気体では、温度が一定ならば、お の法則が成り立つ。この法則を用いると、 n_L は以下のように表される。

$$n_L = \boxed{\text{(a)}} p \quad (1)$$

一方、気体として存在する酸素の物質量 n_G [mol] は以下のように表すことができる。

$$n_G = \boxed{\text{(b)}} p \quad (2)$$

これらから気体の全圧は $\boxed{\text{(c)}}$ [Pa] となる。

問1 $\boxed{\text{(あ)}}$ については A か B を答えなさい。また、 $\boxed{\text{(い)}}$ ～ $\boxed{\text{(え)}}$ に最も適当な語句を答えなさい。

問2 下線部(i)について、この装置内に存在する水蒸気の量が無視できるものとして、増加量[g]を有効数字2桁で求めなさい。その計算過程も示しなさい。

問3 下線部(ii)について、一般に、温度が低いほど、気体の水に対する溶解度はどう変化するか、答えなさい。また、その理由を簡潔な文章で説明しなさい。

問4 $\boxed{\text{(お)}}$ に入る人物名を答えなさい。

問5 $\boxed{\text{(a)}}$, $\boxed{\text{(b)}}$ に入る数値を有効数字2桁で求めなさい。解答を求める過程も示しなさい。

問6 $\boxed{\text{(c)}}$ に入る数値を有効数字2桁で求めなさい。解答を求める過程も示しなさい。

8

元素を原子番号の順に並べて、性質のよく似た元素が同じ縦の列に並ぶように配列した表を、元素の周期表という。周期表の横の行を周期といい、縦の列を族という。元素の性質と分類に関する、次の問1～問5に答えなさい。ただし、詳しい性質が分かっていない原子番号100番以降の元素については、考えないものとする。

問1 18族元素の単体は、25℃、 1.013×10^5 Pa で気体である。これらが貴ガスと呼ばれる理由を、10字～30字程度で答えなさい。

問2 17族元素（ハロゲン）に関する次の(1)と(2)に答えなさい。

(1) ハロゲンの単体の分子式を、酸化力の強い順に4つ書きなさい。強さの順序が明確に分かるように解答すること。

(2) フッ化水素と他のハロゲン化水素の性質の違いを、2つ挙げなさい。

問3 2族元素のうち、BeとMgの性質はCa、Sr、Ba、Raの性質と少し違う。次の(1)と(2)に答えなさい。ただし、元素の性質とは、その元素の原子・単体・化合物などの化学的性質または物理的性質を指すものとする。

(1) 2族元素に共通する性質を、2つ挙げなさい。

(2) Mgの性質のうち、Ca、Sr、Baの3元素の性質と違うものを、2つ挙げなさい。

問4 第4周期の遷移元素を原子番号の順に以下に示す。次の(1)～(4)に答えなさい。

Sc, Ti, V, Cr, Mn, Fe, Co, Ni, Cu, Zn

(1) コバルト(Ⅲ)イオンのM殻に入っている電子の数を答えなさい。ただしコバルト(Ⅲ)イオンのM殻より外側の電子殻には、電子は入っていない。

(2) 第4周期の遷移元素をイオン化傾向の大きいものから順に並べると、以下の順になる。(ア)～(エ)に当てはまる元素記号を答えなさい。

Sc, Ti, (ア), V, Cr, Zn, (イ), Co, (ウ), (エ)

(3) 遷移元素は酸化数が+2か+3の化合物をつくることが多い。しかしながら、他の酸化数をとる化合物も多く知られている。下の表の(オ)～(ケ)はそれぞれ、酸化数が+1, +4, +5, +6, +7の第4周期の遷移元素を含む化合物の例である。(オ)～(ケ)に当てはまる化合物の化学式を1つずつ挙げなさい。

遷移元素の酸化数	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7
化合物の例	(オ)	ZnCl ₂	Fe ₂ O ₃	(カ)	(キ)	(ク)	(ケ)

(4) 第4周期の遷移元素のうち、単体の融点が最も低いのはどれか。元素記号で答えなさい。

- 問5 遷移元素の特徴の1つとして、1つの元素が複数の酸化数をとることが挙げられる。〈解答例〉にならって遷移元素の特徴をもう1つ挙げなさい。そして、この特徴を示す典型元素を、〈解答例〉にならって答えなさい。

〈解答例〉

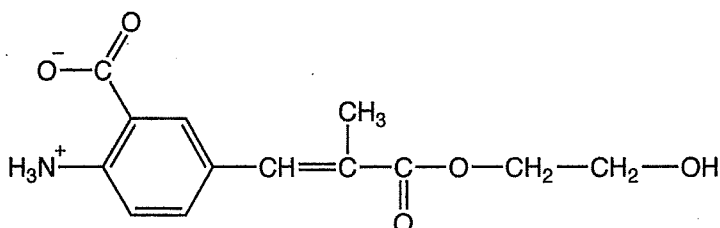
遷移元素の特徴：1つの元素が、複数の酸化数をとることが多い。

その特徴を示す典型元素：Pbは、酸化数が+2と+4の化合物をつくる。

9

次の文章を読み、問1～問2に答えよ。なお、構造式は記入例にならって記すこと。

（記入例）



問1 芳香族化合物はベンゼン環を含む分子の総称であり、化学工業において重要な原料として扱われる。ナフサの熱分解などによって、炭素数が6から10程度の、工業的に重要な様々な芳香族炭化水素が得られることが知られている。芳香族化合物は合成高分子化合物や天然高分子化合物にも多く見られる。

（1）代表的な芳香族炭化水素であるベンゼン、トルエン、*o*-キシレン、*p*-キシレン、ナフタレンについて、それぞれの合成法や性質に関する説明としてあてはまるものを以下の記号からすべて選び、答えなさい。以下に示す書き方の例にならって解答を示しなさい。

- （あ）混酸によってニトロ化が起こると、爆薬に利用される TNT を与える。
- （い）触媒を用いて酸化すると、無水フタル酸を生じる。
- （う）適切な触媒を用いて酸化すると、PET ボトルの原料になる芳香族カルボン酸を生じる。
- （え）触媒を用いてプロペンが付加し、酸化した後、酸によって分解すると、フェノールを生じる。
- （お）昇華性のある白色の固体で、染料の原料や防虫剤に用いられる。

（書き方の例）

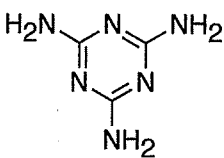
化合物	記号
ベンゼン	（さ）
トルエン	・
・	・
・	・
・	・
・	・

（2）天然高分子化合物であるタンパク質に含まれるアミノ酸の中にもベンゼン環を有するものがある。ベンゼン環を含むアミノ酸を一つ選び、その構造式を示しなさい。鏡像異性体については考慮する必要はない。また、ベンゼン環を有するアミノ酸が含まれるタンパク質を検出するための反応について、反応名を答えなさい。さらに、どのような反応であるかについて文章で説明しなさい。

(3) 合成高分子化合物にも芳香族化合物は多く用いられている。ベンゼン環を含むポリマーとしてポリエチレンテレフタレート、フェノール樹脂（ベークライト）、ポリスチレン（スチロール樹脂）が挙げられる。これらの合成に用いられるモノマーのうち、ベンゼン環を含むものの構造式を示しなさい。また、これらのポリマーを合成する重合反応の様式を以下の記号から選び、示しなさい。なお、以下に示す書き方の例にならって解答を示しなさい。

(か) 付加重合 (き) 縮合重合 (く) 付加縮合

(書き方の例)

ポリマー	モノマー	重合様式
メラミン樹脂		(け)
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮

問2 炭素数が増えると芳香族炭化水素の異性体の種類は非常に多くなる。例えば、 $C_{10}H_{14}$ の分子式をもつ一置換ベンゼンだけでも4種類の構造異性体 **A, B, C, D** が存在する。これらの沸点はそれぞれ173, 183, 172, 168 °C となり、アルカンなどの鎖式炭化水素に見られる分子構造と沸点の関係と同様の傾向を示した。

これよりも不飽和度が高い $C_{10}H_{12}$ の分子式をもつ一置換ベンゼンのうち、**E** のみが不斉炭素原子を含んでいることがわかった。(a) $C_{10}H_{12}$ の分子 1 mol に対して白金などの触媒を用いておだやかな条件で 1 mol の水素を反応させると、 $C_{10}H_{14}$ の分子式をもつ一置換ベンゼンを生じた。この反応によって **E** から **A** が得られた。なお、 $C_{10}H_{12}$ の分子式をもつ一置換ベンゼンの可能な異性体すべてに対して下線部 (a) の反応を行ったが、生成物の中には **D** は一つも含まれていなかった。一方、下線部 (a) の反応によって **C** を生じる $C_{10}H_{12}$ の異性体は2種類あることがわかった。

なお、 $C_{10}H_{14}$, $C_{10}H_{12}$ の分子式を有する一置換ベンゼンに含まれる環状構造はベンゼン環のみであり、シクロアルカンやシクロアルケンについては考慮しないものとする。また、シス-トランス異性体については考慮する必要はない。

(1) 化合物 **A, B, C, D** の構造式を記しなさい。不斉炭素原子がある場合には、構造式中の不斉炭素原子を丸で囲みなさい。また、導出に至った根拠を文章で説明しなさい。

(2) 下線部 (a) の反応によって **B** を生じる $C_{10}H_{12}$ の構造異性体の構造式をすべて記しなさい。

(3) 下線部 (a) の反応によって **C** を生じる $C_{10}H_{12}$ の構造異性体の構造式をすべて記しなさい。