

# L<sup>2</sup> 空間でのポテンシャル散乱の確率の絶対値の計算に初めて成功

～幅広い自然現象の解明への貢献に期待～

## ポイント

- ・量子力学の要請を満たす散乱の振幅と確率の計算に成功。
- ・なぜ短距離ポテンシャル中の連続固有値状態で破られるか、起源、結果と解決法を解明。
- ・幅広い量子現象の厳密な遷移確率の進展に期待。

## 概要

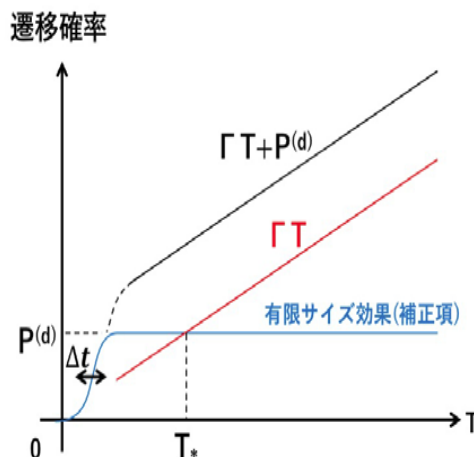
北海道大学の石川健三名誉教授（元大学院理学研究院教授）らの研究グループは、量子力学<sup>\*1</sup>における基本問題である  $L^2$  解に基づくポテンシャル散乱の確率の絶対値を得ることに初めて成功しました。

ポテンシャル散乱は、ミクロな世界の情報を得る代表的な方法ですが、100年ほど前に得られた標準的な公式が使われてきました。これは、古典物理の考えを一部踏襲したものであり、量子力学における厳密なものではありませんでした。このため、限られた状況でしか適用することができず、すべての状況で適用できる確率公式が求められていました。

今回の研究は、量子力学の原理に基づいて厳密な散乱の確率を明らかにしたものです。結果には、従来分かっていた項に新たな項が加わっており、幅広い散乱現象が解明できます。始めに、シュレディンガー方程式<sup>\*2</sup>の連続固有値解の性質とそれらの内積が明らかにされ、これらに基づいて今までの公式の問題点とその解法が分かりました。その後、遷移確率<sup>\*3</sup>に関する諸問題が解かれました。その結果、前方領域を含む全領域でのポテンシャルによる散乱確率の絶対値が初めて明らかになりました。

散乱確率の絶対値が分かったことより、未解決な問題の解明が進展すると共に、生物を含む広範囲の科学技術分野への量子力学の応用の道が開かれました。

なお、本研究成果は、2023年12月13日（水）公開の Annals of Physics 誌に掲載されました。



遷移確率  $P(T)$  は時間  $T$  の 1 次関数であり、切片  $P^{(d)}$  が新しい。

## 【背景】

ポテンシャル散乱の100年ほど前に確立した標準計算法は、深刻な問題点を含み、すべての現象に適用できるものではありません。一方で、幅広い科学技術の新しい現象には、今までの標準的な方法で理解できないものが多く見つかっており、すべての状況で適用できる確率公式が求められていました。

## 【研究手法・研究成果】

まず、シュレディンガー方程式の連続固有値解の性質とそれらの内積を求め、量子力学のポテンシャル問題における今までの標準的な方法の問題点とその克服法を明らかにしました。その上で、遷移確率に関する諸問題を解き、すべての現象や実験に適用可能な公式を導きました。

ポテンシャル中の連続定常状態で異なるエネルギーの2状態は直交しませんが、束縛状態や有限次元行列の2状態は直交します。なぜ両者に違いが生まれるのか、また物理にいかに関わるのか、については今まで検討されていませんでしたが、本研究はこれらを検討し二つの違いを解明しました。

この問題は、量子物理の根幹に関わる事柄で、数学的には、有限次元から無限次元への極限の一樣収束性に絡んだ問題であることが判明しました（図1）。その解析に基づいて、厳密な散乱確率の定式化と新たな確率の公式を求めることができました。これらに則って、遷移確率の絶対値の計算法が明らかになり、また様々な現象の発する確率の計算や、現象の解析・理解が可能となりました。本論文で得られた散乱公式は、従来の方法の問題点を克服し、さらに新たな現象の理解を可能とする普遍性を持っています。

## 【今後への期待】

量子力学の基本に関わる本成果は、多様な自然現象の解明や理解に新たな視点を与え、幅広い分野における新たな量子効果の解明や、応用に道を開くものです。この結果は、実験室での測定だけでなく、外部環境下における観測データの解析を可能にします。多様な状況での量子力学的計算には、今までの標準的な方法は不適で、確率原理に基づく本成果を取り入れる必要があります。今後の研究で、成果の幅広い検証を行う予定です。

## 【謝辞】

本研究はJSPS科研費（JP21H01107）の助成を受けたものです。

## 【関連するプレスリリース】

北海道大学プレスリリース「ポテンシャル中の連続エネルギー状態の非直交パズル解明～量子遷移解明への貢献に期待～」

発表日：2025年1月29日（水）

URL：<https://www.hokudai.ac.jp/news/2025/01/post-1746.html>

## 論文情報

論文名 Potential scatterings in the  $L^2$  space: (2) Rigorous scattering probabilities of wave packets ( $L^2$  空間でのポテンシャル散乱：波束による厳密な散乱確率)  
著者名 石川健三 (北海道大学大学院理学研究院)  
雑誌名 Annals of Physics (物理学の専門誌)  
DOI 10.1016/j.aop.2023.169571  
公表日 2023年12月13日(水) (オンライン公開)

## お問い合わせ先

北海道大学 名誉教授 (元大学院理学研究院教授) 石川健三 (いしかわけんぞう)  
TEL 011-706-4486 FAX 011-706-4926 メール [ishikawa@particle.sci.hokudai.ac.jp](mailto:ishikawa@particle.sci.hokudai.ac.jp)

## 配信元

北海道大学社会共創部広報課 (〒060-0808 札幌市北区北8条西5丁目)  
TEL 011-706-2610 FAX 011-706-2092 メール [jp-press@general.hokudai.ac.jp](mailto:jp-press@general.hokudai.ac.jp)

## 【参考図】

$$\begin{aligned} ((AB)C)_{lm} &= \sum_q (\sum_p A_{lp} B_{pq}) C_{qn} \\ (A(BC))_{lm} &= \sum_p (A_{lp} (\sum_q B_{pq} C_{qn})) \end{aligned}$$

図 1. かけ算の順序を変えた積  $(AB)C$  と  $A(BC)$  は、有限行列では同じ、無限行列では違うことがある。

## 【用語解説】

- \*1 量子力学 … 20 世紀初めに発見されたミクロな世界を記述する現代物理学の柱の一つである力学体系。物体の位置の変化を運動方程式で記述するニュートンの運動法則とは異なり、粒子の状態を表す波動はシュレディンガー方程式に従うが複素数であり、古典波動のような物体の変位を表すわけではない。そのかわり、現象の生ずる確率を表す。古典力学は、日常生活における認識や理解の基礎になっているので、理解が易しいが、量子力学は、これらと異質であり理解は易しくない。量子力学は、1900 年のプランクの黒体放射の理論から始まったが、現在も量子情報、量子計算機等の新たな理解や応用が進展中である。また、ミクロ世界だけでなく、マクロな世界でも重要であることが分かりつつある。(石川健三著：レクチャー量子力学、I,II (裳華房))
- \*2 シュレディンガー方程式 … 量子力学における基本的な方程式であり、状態を表す波動関数が従う時間についての一階微分方程式である。波動関数は、電磁波や水面波のような物体の変位を示す古典の波とは全く異なり、状態遷移の確率に対応する。複素数の絶対値の二乗や、二つの複素関数の内積の絶対値の二乗が、種々の確率を表す。
- \*3 遷移確率 … 量子力学により計算される最も重要な物理量である“状態遷移の確率”は、散乱では断面積で表されてきた。ところが実は、断面積以外の項が、補正項として伴うことが、著者らの研究で明らかにされている。